



2011 年 理工学部 第 2 問

2 多項式  $f(x) = x^4 - x^3 + cx^2 - 11x + d$  について,  $f(1 + \sqrt{2}) = 0$  が成り立つとする. ここで,  $c, d$  は有理数とする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $S = \{a + \sqrt{2}b \mid a, b \text{ は有理数}\}$  とする. 集合  $S$  の元  $z = a + \sqrt{2}b$  (ただし,  $a, b$  は有理数) に対して,  $j(z) = a - \sqrt{2}b$  と定義する.  $S$  の任意の元  $z, w$  に対して,  $j(z + w) = j(z) + j(w)$  および  $j(zw) = j(z)j(w)$  が成り立つことを示せ.
- (2) (1) を用いて,  $S$  の元  $z$  が  $f(z) = 0$  を満たせば,  $f(j(z)) = 0$  が成り立つことを示せ. このことを用いて,  $f(1 - \sqrt{2}) = 0$  を示せ.
- (3) 有理数  $c, d$  を求め,  $f(x)$  を有理数の範囲で因数分解せよ.