2016 年 医学部 第 4 問

$\boxed{4}$ p を素数とするとき，以下の命題を証明しなさい．

(1) a，b，c を整数とするとき，$a^3+pb^3+p^2c^3-p^3abc=0$ ならば，a は p の倍数である．

(2) a，b，c を整数とするとき，$a^3+pb^3+p^2c^3-p^3abc=0$ ならば，a，b，c はどれも p の倍数である．

(3) a，b，c を整数とするとき，$a^3+pb^3+p^2c^3-p^3abc=0$ ならば，$a=b=c=0$ である．

(4) x，y，z を有理数とするとき，$x^3+py^3+p^2z^3-p^3xyz=0$ ならば，$x=y=z=0$ である．