東北大学

2015年 理系 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ サイコロを3回投げて出た目の数を順に p_1, p_2, p_3 とし，x の2次方程式

$$2p_1x^2+p_2x+2p_3=0 \quad \cdots\cdots (*)$$

を考える．

(1) 方程式(*)が実数解をもつ確率を求めよ．

(2) 方程式(*)が実数でない2つの複素数解 α, β をもち，かつ $\alpha\beta=1$ が成り立つ確率を求めよ．

(3) 方程式(*)が実数でない2つの複素数解 α, β をもち，かつ $\alpha\beta<1$ が成り立つ確率を求めよ．

(1) (*)の判別式をDとおくと．$D=P_2^2-4\cdot 2P_1\cdot 2P_3 \geqq 0$

$\therefore P_2^2 \geqq 16P_1P_3$

$\therefore (P_1, P_2, P_3)=(4,1,1), (5,1,1), (6,1,1), (6,1,2), (6,2,1)$ の5通り

$\therefore$ 求める確率は．$\dfrac{5}{6^3}=\underline{\dfrac{5}{216}}$ //

(2) (1)で求めた (P_1, P_2, P_3) 以外で，かつ，解と係数の関係より．

$\alpha\beta=\dfrac{2P_3}{2P_1}=1 \iff P_1=P_3$ をみたすものを考える．

$\therefore$ (i) $P_1=P_3=k$ $(k\geqq 2)$ のとき．$P_2=1,2,3,4,5,6$

$\therefore$ 全部で $5\times 6=30$ 通り

(ii) $P_1=P_3=1$ のとき．$P_2=1,2,3$ の3通り

(i),(ii)より．$\dfrac{30+3}{6^3}=\dfrac{33}{216}=\underline{\dfrac{11}{72}}$ //

(3) 2つの条件 $P_2^2<16P_1P_3 \cdots$ ①，$P_3<P_1 \cdots$ ② をみたせばよい．

①をみたすものは $216-5=211$ 通りあり，そのうち，$P_1=P_3$ をみたすのは(2)より33通り

$\therefore P_3<P_1$ または．$P_3>P_1$ をみたすものは．$211-33=178$ 通り．

$\therefore P_3<P_1$ をみたすものは．$\dfrac{178}{2}=89$ 通り．$\therefore \underline{\dfrac{89}{216}}$ //