



2015年理系第6問

6  $k \geq 2$  と  $n$  を自然数とする.  $n$  が  $k$  個の連続する自然数の和であるとき, すなわち,

$$n = m + (m + 1) + \cdots + (m + k - 1)$$

が成り立つような自然数  $m$  が存在するとき,  $n$  を  $k$ -連続和とよぶことにする. ただし, 自然数とは1以上の整数のことである.

(1)  $n$  が  $k$ -連続和であることは, 次の条件 (A), (B) の両方が成り立つことと同値であることを示せ.

(A)  $\frac{n}{k} - \frac{k}{2} + \frac{1}{2}$  は整数である.

(B)  $2n > k^2$  が成り立つ.

(2)  $f$  を自然数とする.  $n = 2^f$  のとき,  $n$  が  $k$ -連続和となるような自然数  $k \geq 2$  は存在しないことを示せ.

(3)  $f$  を自然数とし,  $p$  を2でない素数とする.  $n = p^f$  のとき,  $n$  が  $k$ -連続和となるような自然数  $k \geq 2$  の個数を求めよ.