0002046363597999

立教大学

2014 年 法・経済（経済政策）第 3 問

数理
石井K

$\boxed{3}$ $a>0$ とする．座標平面上に 2 つの放物線 $C_1: y=x^2-2x+2$ と $C_2: y=-\dfrac{1}{2}x^2+ax-\dfrac{3}{2}$ がある．放物線 C_1 上の点 P(2, 2) を通り，点 P での接線に直交する直線を ℓ とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 直線 ℓ の方程式を求めよ．

(2) 2 つの放物線 C_1, C_2 が共有点をもたないとき，a の値の範囲を求めよ．

(3) 直線 ℓ が放物線 C_2 に接しているとき，a の値と接点の座標を求めよ．

(4) a を (3) で求めた値としたとき，直線 ℓ と放物線 C_1, C_2 および y 軸で囲まれる部分の面積を S とする．S の値を求めよ．

(1) $y'=2x-2$ より P での傾きは 2

$\therefore \ell: y=-\frac{1}{2}(x-2)+2$ $\quad\therefore \underline{\ell: y=-\frac{1}{2}x+3}$ //

(2) $x^2-2x+2-\left(-\frac{1}{2}x^2+ax-\frac{3}{2}\right)=0$

すなわち，$\frac{3}{2}x^2-(a+2)x+\frac{7}{2}=0$ の判別式を D とおくと，$D<0$

$\therefore D=(a+2)^2-4\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{7}{2}$

$(a+2)^2-21<0$ $\quad a>0$ より，$\underline{0<a<-2+\sqrt{21}}$ //

(3) $-\frac{1}{2}x^2+ax-\frac{3}{2}-\left(-\frac{1}{2}x+3\right)=0$

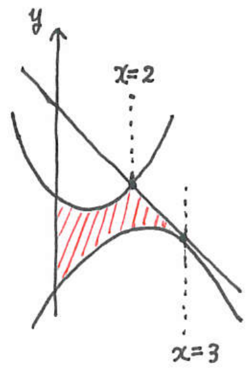
すなわち，$-\frac{1}{2}x^2+\left(a+\frac{1}{2}\right)x-\frac{9}{2}=0$ の判別式を D' とおくと，$D'=0$

$\therefore D'=\left(a+\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{9}{2}\right)$

$=\left(a+\frac{1}{2}\right)^2-9$

$\therefore \left(a+\frac{1}{2}\right)^2-9=0$ $\quad\therefore a>0$ より，$\underline{a=\frac{5}{2}}$ //

接点は $\underline{\left(3,\ \frac{3}{2}\right)}$ //



(4)

$S=\int_0^2 x^2-2x+2-\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)dx$

$+\int_2^3 -\frac{1}{2}x+3-\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)dx$

$=\left[\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{4}x^2+\frac{7}{2}x\right]_0^2+\left[\frac{1}{6}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x\right]_2^3$

$=\underline{\frac{13}{6}}$ //