

2015年理系第3問

3 四面体  $OABC$  が与えられており、各辺の長さが

$$OA = 2, \quad OB = 3, \quad OC = 3, \quad AB = 3, \quad BC = 2, \quad CA = 3$$

であるとする。また、点  $O, A, C$  を通る平面を  $\alpha$ 、点  $O, A, B$  を通る平面を  $\beta$  とし、点  $B$  を通り平面  $\alpha$  に垂直な直線を  $g$ 、点  $C$  を通り平面  $\beta$  に垂直な直線を  $h$  とする。

- (1) 内積  $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ ,  $\vec{OB} \cdot \vec{OC}$ ,  $\vec{OA} \cdot \vec{OC}$  を求めよ。
- (2) 直線  $g$  と平面  $\alpha$  の交点を  $P$ 、直線  $h$  と平面  $\beta$  の交点を  $Q$  とするとき、 $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$  を用いて、 $\vec{OP}$ ,  $\vec{OQ}$  を表せ。
- (3) 直線  $g$  と直線  $h$  は交わることを示せ。また、直線  $g$  と直線  $h$  の交点を  $R$  とするとき、 $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$  を用いて、 $\vec{OR}$  を表せ。