



2014年文系第3問

3 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = [x] + 2(x - [x]) - (x - [x])^2$$

と定める。ここで、 $[x]$ は $n \leq x$ を満たす最大の整数 n を表す。

- (1) $f(x) \geq x$ であることを示せ。
- (2) $f(x+1) = f(x) + 1$ であることを示せ。
- (3) $0 \leq x \leq 2$ において、 $y = f(x)$ のグラフを描け。
- (4) $0 \leq a < 1$ とするとき、 $\int_a^{a+1} f(x) dx$ を求めよ。