



2016年 教育文化 (理系) 第1問

1枚目/2枚

数理
石井K1 次の各問に答えよ。ただし、 $\log x$ は x の自然対数を表す。

(1) 次の関数を微分せよ。

(i) $y = \frac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}}$

(1) (i) $y' = \frac{1+e^{\frac{1}{x}} - x(1+e^{\frac{1}{x}})'}{(1+e^{\frac{1}{x}})^2} = \frac{x+(x+1)e^{\frac{1}{x}}}{x(1+e^{\frac{1}{x}})^2}$ //

(ii) $y = \log \sqrt{\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}}$

(ii) $y = \log \sqrt{\frac{(\sqrt{1+x^2}+x)^2}{(\sqrt{1+x^2}-x)(\sqrt{1+x^2}+x)}}$ ← 根号内の分母を有理化

(2) 次の定積分の値を求めよ。

(i) $\int_0^2 |e^x - 2| dx$

$$= \log \sqrt{(\sqrt{1+x^2}+x)^2}$$

$$= \log (\sqrt{1+x^2}+x)$$

↓ $\sqrt{1+x^2}+x > 0$ より

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \sin^2(2x) dx$

$$\therefore y' = (\sqrt{1+x^2}+x)' \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$
 //

(iii) $\int_1^e \frac{\sqrt{1+\log x}}{x} dx$

(2) (i) $\int_0^2 |e^x - 2| dx = \int_0^{\log 2} (2 - e^x) dx + \int_{\log 2}^2 (e^x - 2) dx$

(iv) $\int_2^4 \frac{2x^3 + x^2 - 2x + 2}{x^4 + x^2 - 2} dx$

$$= [2x - e^x]_0^{\log 2} + [e^x - 2x]_{\log 2}^2$$

$$= 2 \log 2 - 2 + 1 + e^2 - 4 - 2 + 2 \log 2$$

$$= \underline{e^2 + 4 \log 2 - 7}$$
 //

(2) (ii) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \sin^2(2x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} dx$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{2} x dx - \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{2} \cdot \left(\frac{\sin 4x}{4}\right)' dx$$

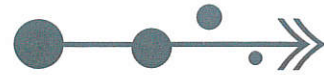
$$= \left[\frac{x^2}{4}\right]_0^{\frac{\pi}{3}} - \left[\frac{x \sin 4x}{8}\right]_0^{\frac{\pi}{3}} + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin 4x}{8} dx$$

$$= \frac{\pi^2}{36} + \frac{\sqrt{3}}{48} \pi + \left[-\frac{\cos 4x}{32}\right]_0^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{\pi^2}{36} + \frac{\sqrt{3}}{48} \pi + \frac{1}{64} + \frac{1}{32}$$

$$= \underline{\frac{\pi^2}{36} + \frac{\sqrt{3}}{48} \pi + \frac{3}{64}}$$
 //

2枚目へつづく



2016年 教育文化（理系）第1問

2枚目/2枚

数理
石井K1 次の各問に答えよ。ただし、 $\log x$ は x の自然対数を表す。

(1) 次の関数を微分せよ。

(i) $y = \frac{x}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$

(ii) $y = \log \sqrt{\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}-x}}$

(2) (iii) $t = 1 + \log x$ と置いて置換積分する。

$$dt = \frac{1}{x} dx, \quad \begin{array}{l} x \parallel 1 \rightarrow e \\ t \parallel 1 \rightarrow 2 \end{array}$$

(2) 次の定積分の値を求めよ。

(i) $\int_0^2 |e^x - 2| dx$

(与式) $= \int_1^2 t^{\frac{1}{2}} dt$

$$= \left[\frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} \right]_1^2$$

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \sin^2(2x) dx$

$$= \frac{2}{3} \cdot 2\sqrt{2} - \frac{2}{3}$$

(iii) $\int_1^e \frac{\sqrt{1+\log x}}{x} dx$

$$= \frac{4\sqrt{2}-2}{3}$$

(iv) $\int_2^4 \frac{2x^3 + x^2 - 2x + 2}{x^4 + x^2 - 2} dx$

〃

(iv) (与式) $= \int_2^4 \frac{x^2+2+2x(x^2-1)}{(x^2+2)(x^2-1)} dx$

$$= \int_2^4 \left(\frac{1}{x^2-1} + \frac{2x}{x^2+2} \right) dx$$

$$= \int_2^4 \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + \frac{(x^2+2)'}{x^2+2} \right\} dx$$

$$= \left[\frac{1}{2} (\log(x-1) - \log(x+1)) + \log(x^2+2) \right]_2^4$$

$$= \frac{1}{2} (\log 3 - \log 5) + \log 18 - \frac{1}{2} (-\log 3) - \log 6$$

$$= \underline{2 \log 3 - \frac{1}{2} \log 5} \text{ 〃}$$