

2012年 情報工学部 第1問

1 関数  $f(x) = kx^3 - 3kx$  ( $k > 0$ ) が表す座標平面上の曲線を  $C: y = f(x)$  とする。曲線  $C$  上の2点  $P(p, f(p))$ ,  $Q(ap, f(ap))$  における接線をそれぞれ  $l_1, l_2$  とする。ただし,  $p > 0$ ,  $a \neq 1$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 点  $P$  における接線  $l_1$  の方程式を  $k, p$  を用いて表せ。
- (2) 点  $Q$  における接線  $l_2$  が点  $P$  を通るとき,  $a$  の値を求めよ。
- (3) ある  $k$  に対して2つの接線  $l_1, l_2$  が点  $P$  において垂直に交わっているとき,  $k$  を  $p$  を用いて表せ。また, そのような  $k$  が存在する  $p$  の値の範囲を求めよ。
- (4) ある  $k$  に対して2つの接線  $l_1, l_2$  が点  $P$  において垂直に交わっているとき, 接線  $l_2$  と曲線  $C$  によって囲まれた図形の面積  $S$  を  $p$  を用いて表せ。