

2012年 教育学部 第5問

5 関数  $f(x) = x^2 - 2$  に対して、 $y = f(x)$  のグラフ上の点  $(a, f(a))$  における接線と  $x$  軸との交点の  $x$  座標を  $g(a)$  とおく。ただし、 $a > 0$  とする。また  $x_1 = 4$  とし、 $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して  $x_{n+1} = g(x_n)$  とおく。次の問に答えよ。

- (1)  $y = f(x)$  のグラフ上の点  $(4, 14)$  におけるグラフの接線の方程式を求めよ。
- (2) どのような自然数  $n$  に対しても  $x_n > 0$  であることを数学的帰納法によって証明せよ。
- (3)  $x_3$  を求めよ。
- (4) どのような自然数  $n$  に対しても  $x_{n+1} \geq \sqrt{2}$  であることを、相加平均と相乗平均の大小関係を使って証明せよ。