

2010年法学部第3問


 数理
石井K

3 実数 x, y が $x^2 + y^2 = 2x$ を満たしながら動くとき, $3x + 4y$ の最大値と最小値を求めよ.

$$3x + 4y = k \text{ とおく}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{k}{4} \text{ を } x^2 + y^2 = 2x \text{ に代入して}$$

$$x^2 + \left(-\frac{3}{4}x + \frac{k}{4}\right)^2 - 2x = 0$$

$$\therefore 16x^2 + (-3x + k)^2 - 32x = 0$$

$$\therefore 25x^2 - 2(3k + 16)x + k^2 = 0$$

これが実数解をもつので判別式を D とおくと $D \geq 0$

$$\therefore \frac{D}{4} = (3k + 16)^2 - 25k^2$$

$$= -16k^2 + 96k + 256$$

$$= -16(k^2 - 6k - 16)$$

$$\therefore k^2 - 6k - 16 \leq 0$$

$$(k - 8)(k + 2) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq k \leq 8$$

$\therefore 3x + 4y$ の 最大値は 8, 最小値は -2 //