



2012年工学部・生命環境（生命工）第5問

5 実数を成分とする行列

$$M = \begin{pmatrix} 1 & b \\ b & 1-a \end{pmatrix}, \quad M' = \begin{pmatrix} 1 & b' \\ b' & 1-a' \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

が $MM' = M'M$, $a \neq 0$, $a' \neq 0$ を満たし, $P^{-1}MP$ が対角行列であるとする. ここで, 対角行列とは $\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ の形の行列である.

- (1) a, b, a', b' の間に成り立つ関係式を求めよ.
- (2) $\tan 2\theta$ を a, b を用いた式で表せ.
- (3) $P^{-1}M'P$ が対角行列であることを示せ.