

2012年 医学部 第4問

4  $n, r$  は  $n \geq r$  を満たす正の整数であるとし,  $x, y$  ともに  $0$  以上  $n$  以下の整数であるような座標平面上の点  $(x, y)$  の集合を  $S$  とする. また, 曲線  $x^2 + y^2 = r^2$  ( $x \geq 0, y \geq 0$ ),  $x$  軸,  $y$  軸によって囲まれる領域 (境界を含む) を  $D$  とする. ここで,  $S$  からランダムに  $1$  点を選ぶ試行を考える. このとき, 以下の問に答えよ.

- (1)  $n = 10, r = 5$  のとき, 選ばれた点が  $D$  内にある確率はいくらか.
- (2)  $[x]$  は  $x$  を超えない最大の整数を表す記号である. 直線  $x = t$  上の点で  $D$  に含まれる  $S$  の要素の個数をこの記号を用いて表せ. ここで,  $t$  は  $0$  以上  $r$  以下の整数とする.
- (3)  $r = n$  とし, 選ばれた点が  $D$  内に含まれる確率を  $P(n)$  とする. このとき, 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(n)$  を求めよ.