



2015年 全学部 第1問

1 次の問いに答えなさい。

(1) 方程式 $27x^3 - 54x^2 - 12x + 24 = 0$ を解きなさい。

$$x = \frac{\boxed{a}^2}{\boxed{b}^3}, \frac{\boxed{c}^{-2}}{\boxed{d}^3}, \boxed{e} \quad \text{ただし } \boxed{a} \text{ と } \boxed{b} \text{ と } \boxed{d} \text{ は正の数である。}$$

(2) x, y, z が $x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$ をみたすとき, $(x+y)(y+z)(z+x)$ の値を求めなさい。

$$(x+y)(y+z)(z+x) = \frac{\boxed{f}}{\boxed{0}}$$

(3) 関数 $f(x) = |x+1| + |x-1| + |x-2|$ の最小値 m と, 最小値をとるときの x の値を求めなさい。

$$x = \frac{\boxed{g}}{\boxed{1}} \text{ のとき } m = \frac{\boxed{h}}{\boxed{3}} \text{ である。}$$

(4) a を正の定数とする。関数 $y = x^2 + ax - a^2 - 3a + 1$ の $-2a \leq x \leq 2a$ での最大値 M を最小にする定数 a の値と M の最小値 m の値を求めなさい。

$$a = \frac{\boxed{i}^3}{\frac{\boxed{j}}{\boxed{1}} \frac{\boxed{k}}{\boxed{0}}}$$

$$\text{のとき, } m = \frac{\frac{\boxed{l}}{\boxed{2}} \frac{\boxed{m}}{\boxed{0}}}{\boxed{n} \frac{\boxed{o}}{\boxed{0}}}$$

$$\text{である。}$$

ただし \boxed{j} と \boxed{n} は正の数である。

(1) $9x^3 - 18x^2 - 4x + 8 = 0$

$(x-2)(3x+2)(3x-2) = 0$

$$\therefore x = \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, 2$$

(2) $x + y + z = 1$ より,

$(x+y)(y+z)(z+x) = (1-z)(1-x)(1-y)$

$= 1 - (x+y+z) + xy + yz + zx - xyz$

$= xy + yz + zx - xyz$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \text{ より,}$$

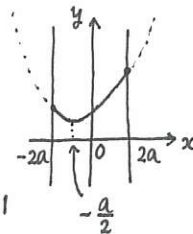
$xy + yz + zx = xyz$

$$\text{よって, } (x+y)(y+z)(z+x) = \frac{0}{\quad}$$

(3) 場合分けをして考えると,

$$f(x) = \begin{cases} -3x+2 & (x \leq -1) \\ -x+4 & (-1 < x \leq 1) \\ x+2 & (1 < x \leq 2) \\ 3x-2 & (x > 2) \end{cases}$$

$$\therefore m = 3 \text{ (} x=1 \text{ のとき)}$$



(4) $y = (x + \frac{a}{2})^2 - \frac{5}{4}a^2 - 3a + 1$

$$\therefore M = 5a^2 - 3a + 1 \text{ (} x = 2a \text{ のとき)}$$

$$\therefore M = 5(a - \frac{3}{10})^2 + \frac{11}{20}$$

$$\therefore a = \frac{3}{10} \text{ のとき, } m = \frac{11}{20}$$