



2016年全学部第4問

4 曲線  $C: y = x^3 - 12x$  とその上の点  $A(1, -11)$  がある。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 点  $A$  を通る曲線  $C$  の接線 2 本を求めよ。

(2) 曲線  $y = x^3 + px^2 + qx + r$  と直線  $y = mx + n$  が異なる 3 点で交わるとき、その交点の  $x$  座標を左から  $a, b, c$  とする。曲線と直線の囲む部分の左側、右側の面積をそれぞれ  $S, S'$  とするとき、

$$S - S' = \frac{1}{6}(c - a)^3 \left( b - \frac{a + c}{2} \right)$$

を示せ。

(3) 点  $A$  を通り、(1) で求めた 2 直線の傾きの間の値を傾きとしてもつ直線  $l$  と曲線  $C$  の囲む 2 つの部分の面積が等しい。このとき、直線  $l$  を求めよ。ここで、(2) から  $b = \frac{a + c}{2}$  のとき、 $S = S'$  となることに注意せよ。