崇城大学

2015年 薬学部（1日目）第1問

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．

(1) 1個のさいころを振る試行を繰り返す．出た目の和が6以上になったら，この試行を終了する．

(i) 3回目に和がちょうど6になってこの試行を終了する確率を求めよ．

(ii) この試行が3回以内に終了する確率を求めよ．

(2) 等差数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の一般項が，それぞれ $a_n = 3n - 2$，$b_n = 7n + 4$ であるとき，この2つの数列に共通な項を小さい方から順に並べてできる数列を $\{c_n\}$ とする．次の各問に答えよ．

(i) 数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ．

(ii) 数列 $\{c_n\}$ の項のうち，4の倍数でかつ3桁の整数となる項の数とその総和を求めよ．

(1) (i) 3回目に和がちょうど6になるのは，

(1, 1, 4), (1, 2, 3), (2, 1, 3), (1, 3, 2), (2, 2, 2), (3, 1, 2), (1, 4, 1), (2, 3, 1), (3, 2, 1), (4, 1, 1)

の10通り　$\therefore \dfrac{10}{6^3} = \underline{\dfrac{5}{108}}$ //

(ii) 3回目に和が5以下となるのは，

(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 1, 3), (1, 2, 1), (1, 2, 2), (1, 3, 1), (2, 1, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (3, 1, 1)

の10通り　∴ 余事象より　$1 - \dfrac{10}{6^3} = \underline{\dfrac{103}{108}}$ //

(2) (i) $a_n = b_m \iff 3n-2 = 7m+4$

$\iff 3(n-2) = 7m$

3と7は互いに素なので，mは3の倍数

$\therefore \{c_n\} : b_3, b_6, b_9, \cdots$

$b_{3n} = 21n+4$　すなわち $\underline{c_n = 21n+4}$ //

(ii) $c_n = 4(5n+1)+n$ より，c_n が4の倍数 $\iff$ n が4の倍数

また，$100 \leqq c_n < 1000 \iff 100 \leqq 21n+4 < 1000$

$\iff \dfrac{32}{7} \leqq n < \dfrac{332}{7}$

nは整数なので，$5 \leqq n \leqq 47$

このうち 4の倍数は，$n = 8, 12, 16, \cdots, 44$ の $\underline{10個}$ //

総和は $S = (21\cdot 8+4) + (21\ 12+4) + \cdots + (21\cdot 44+4)$

$= \dfrac{1}{2}\cdot 10 \cdot (21\cdot 8+4+21\cdot 44+4)$ $\longrightarrow$ $= \underline{5500}$ //