



2015年工学部(2日目)第2問

 数理  
石井K

2  $k$  を定数とする. 関数  $f(x)$  は, 条件  $f'(x) = 12x^2 - 2x - 2$ ,  $f(0) = k$  を満たしている. 次の各問に答えよ.

(1)  $f(x)$  の極値を  $k$  を用いて表せ.

(2) 方程式  $f(x) = 0$  の異なる実数解の個数を,  $k$  の値によって分類せよ.

(1)  $f(x) = 4x^3 - x^2 - 2x + C$  ( $C$  は積分定数) と表せ,  $f(0) = k$  であることより

$$C = k$$

$$\therefore f(x) = 4x^3 - x^2 - 2x + k$$

$$\text{また, } f'(x) = 2(6x^2 - x - 1)$$

$$= 2(2x - 1)(3x + 1)$$

$$\therefore f'(x) = 0 \text{ となるのは, } x = -\frac{1}{3}, \frac{1}{2}$$

$x$	...	$-\frac{1}{3}$	...	$\frac{1}{2}$	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗
		極大		極小	

増減表より. 極大値は  $f(-\frac{1}{3}) = k + \frac{11}{27}$ , 極小値は  $f(\frac{1}{2}) = k - \frac{3}{4}$  //

(2) 実数解が3個となるのは.

$$f(-\frac{1}{3}) > 0 \text{ かつ } f(\frac{1}{2}) < 0 \text{ のとき. すなわち, } k > -\frac{11}{27} \text{ かつ } k < \frac{3}{4} \therefore -\frac{11}{27} < k < \frac{3}{4}$$

2個となるのは.

$$f(-\frac{1}{3}) = 0 \text{ または } f(\frac{1}{2}) = 0 \text{ のとき. すなわち, } k = -\frac{11}{27}, \frac{3}{4}$$

それ以外の場合は1個である

以上より.

$$\begin{cases} 3\text{個} & (-\frac{11}{27} < k < \frac{3}{4} \text{ のとき}) \\ 2\text{個} & (k = -\frac{11}{27}, \frac{3}{4} \text{ のとき}) \\ 1\text{個} & (k < -\frac{11}{27}, \frac{3}{4} < k \text{ のとき}) \end{cases}$$

//