

2013年 都市教養（理系） 第3問

3 a, b は $a < b$ を満たす実数とする. 正の整数 n に対し, 座標平面上の $(2^n + 1)$ 個の点

$$P_k \left(a + \frac{k(b-a)}{2^n}, \left\{ a + \frac{k(b-a)}{2^n} \right\}^2 \right) \quad (k = 0, 1, \dots, 2^n)$$

を考える. X_n を $P_0, P_1, \dots, P_{2^n}, P_0$ をこの順に結んで得られる $(2^n + 1)$ 角形とし, X_n の面積を S_n とする. 以下の問いに答えなさい.

- (1) S_1 を求めなさい.
- (2) $S_2 - S_1, S_3 - S_2$ を求めなさい.
- (3) S_n を求めなさい.