

2015年理系第4問

4 Oを原点とする座標空間内に点 $A(0, 0, 1)$, $B(1, 0, 1)$, $C(1, 1, 1)$ が与えられている. 線分 OC を1つの対角線とし, 線分 AB を一辺とする立方体を直線 OC の周りに回転して得られる回転体 K の体積を求めたい. 次の問いに答えよ.

- (1) 点 $P(0, 0, p)$ ($0 < p \leq 1$) から直線 OC へ垂線を引いたときの交点 H の座標と線分 PH の長さを求めよ.
- (2) 点 $Q(q, 0, 1)$ ($0 \leq q \leq 1$) から直線 OC へ垂線を引いたときの交点 I の座標と線分 QI の長さを求めよ.
- (3) 原点 O から点 C 方向へ線分 OC 上を距離 u ($0 \leq u \leq \sqrt{3}$) だけ進んだ点を U とする. 点 U を通り直線 OC に垂直な平面で K を切ったときの切り口の円の半径 r を u の関数として表せ.
- (4) K の体積を求めよ.