0002169720387999

昭和薬科大学

2015年 薬学部B 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 関数 $f(x)=\dfrac{1}{6}\displaystyle\int_0^3 x^2 f(t)\,dt-\dfrac{1}{12}\int_{-3}^0 xf(t)\,dt-2$ に対して，2つの曲線 $C_1: y=x^2+1$，$C_2: y=f(x)$ を考える．

(1) $f(x)=px^2+qx-2$ とすると，$p=\boxed{ナ}\boxed{ニ}$，$q=\boxed{ヌ}$ である．　（− 1　2）

(2) 点 $(a,\ f(a))$（ただし，$a>1$ とする）における曲線 C_2 の接線 ℓ と曲線 C_1 との異なる2つの交点を結ぶ線分の中点が $(-1,\ b)$ のとき，$b=\boxed{ネ}$ であり，ℓ の方程式は $y=\boxed{ノ}\boxed{ハ}x+\boxed{ヒ}$ である．　（4　− 2　2）

(3) (2)で求めた接線 ℓ と曲線 C_2 および y 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}}$ である．　（8　3）

(1) $f(x)=\frac{1}{6}\int_0^3 x^2\cdot(pt^2+qt-2)\,dt-\frac{1}{12}\int_{-3}^0 x\cdot(pt^2+qt-2)\,dt-2$

$=\frac{1}{6}x^2\left[\frac{p}{3}t^3+\frac{q}{2}t^2-2t\right]_0^3-\frac{x}{12}\left[\frac{p}{3}t^3+\frac{q}{2}t^2-2t\right]_{-3}^0-2$

$=\frac{1}{6}x^2\left(9p+\frac{9}{2}\cdot q-6\right)-\frac{x}{12}\left(9p-\frac{9}{2}q-6\right)-2$

$=\frac{1}{2}\left(3p+\frac{3}{2}q-2\right)x^2-\frac{1}{4}\left(3p-\frac{3}{2}q-2\right)x-2$

∴ $f(x)=px^2+qx-2$ と係数を比べて，

$p=\frac{1}{2}\left(3p+\frac{3}{2}q-2\right)$ …①，$q=-\frac{1}{4}\left(3p-\frac{3}{2}q-2\right)$ …②

これらを解いて，$\underline{p=-1,\ q=2}$ //

(2) $f(x)=-x^2+2x-2$ より，$f'(x)=-2x+2$　∴ $\ell: y=(-2a+2)(x-a)-a^2+2a-2$

すなわち，$\ell: y=-2(a-1)x+a^2-2$ …③

$x^2+1-\{-2(a-1)x+a^2-2\}=0 \iff x^2+2(a-1)x-a^2+3=0$

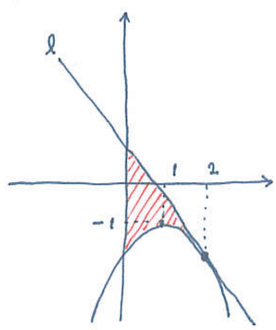
この解を α, β とすると，解と係数の関係より，$\alpha+\beta=-2(a-1)$，$\alpha\beta=-a^2+3$

∴ 中点の x 座標は，$1-a=-1$　∴ $a=2$

中点の y 座標は，$\frac{\alpha^2+1+\beta^2+1}{2}=b$　∴ $\frac{1}{2}\{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\}+1=b$　∴ $\underline{b=4}$ //

③より，$\underline{\ell: y=-2x+2}$ //

(3) $f(x)=-(x-1)^2-1$　∴ 頂点 $(1,-1)$



$S=\int_0^2 -2x+2-(-x^2+2x-2)\,dx$

$=\int_0^2 (x-2)^2\,dx$

$=\left[\frac{1}{3}(x-2)^3\right]_0^2$

$=\underline{\frac{8}{3}}$ //