

2014年理工第2問

2  $r$  を  $0 < r < 1$  をみたす定数とする. 次の問いに答えよ.

(1) 数列  $\{a_n\}$  を  $a_n = \left[ \frac{n}{3} \right]$  で定める. ただし, 実数  $x$  に対して,  $[x]$  は  $l \leq x < l+1$  をみたす整数  $l$  を表す. このとき,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{3n} (-1)^{k-1} r^{a_k}$$

を求めよ.

(2) 数列  $\{b_n\}$  を

$$\begin{aligned} n \text{ が奇数のとき } & b_n = n \\ n \text{ が偶数のとき } & b_n = 2n \end{aligned}$$

で定める. このとき,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k-1} r^{\frac{b_k}{n}}$$

を求めよ.