



2014年第3問

3 次の空欄 から にあてはまる数や式を書きなさい。

3個のさいころを同時に投げるとき、次の順に問題を考える。

- (1) 出た目の最大値が4以下である確率 P は、 $P =$ である。
- (2) 次に、出た目の最大値が k 以下である事象を考える。この事象の確率 Q を k を用いて表せば、 $Q =$ である。ただし、 $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ とする。
- (3) また、出た目の最大値が k である事象を考える。この事象の確率 R を k を用いて表せば、 $R =$ である。ただし、 $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ とする。
- (4) 最後に、出た目の最大値の期待値 E を求めれば、 $E =$ となる。

(1) 3個とも4以下であればいいので $P = \left(\frac{4}{6}\right)^3 = \frac{8}{27}$ //

(2) k 以下が3個とも出ればいいので $Q = \left(\frac{k}{6}\right)^3 = \frac{k^3}{216}$ //

(3) 最大値がちょうど k であるのは、最大値が k 以下である場合から $k-1$ 以下である場合を除いた場合であるから。

$$R = \left(\frac{k}{6}\right)^3 - \left(\frac{k-1}{6}\right)^3 \quad (k \geq 2) \quad \begin{array}{l} * k=1 のときは R = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \\ \leftarrow \text{かゝまれる。} \end{array}$$

$$R = \frac{3k^2 - 3k + 1}{216} \quad (k = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

$$\begin{aligned} (4) \quad E &= 1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 + 2 \left\{ \left(\frac{2}{6}\right)^3 - \left(\frac{1}{6}\right)^3 \right\} + 3 \left\{ \left(\frac{3}{6}\right)^3 - \left(\frac{2}{6}\right)^3 \right\} + 4 \left\{ \left(\frac{4}{6}\right)^3 - \left(\frac{3}{6}\right)^3 \right\} \\ &\quad + 5 \left\{ \left(\frac{5}{6}\right)^3 - \left(\frac{4}{6}\right)^3 \right\} + 6 \left\{ \left(\frac{6}{6}\right)^3 - \left(\frac{5}{6}\right)^3 \right\} \\ &= 6 - \left\{ \left(\frac{1}{6}\right)^3 + \left(\frac{2}{6}\right)^3 + \left(\frac{3}{6}\right)^3 + \left(\frac{4}{6}\right)^3 + \left(\frac{5}{6}\right)^3 \right\} \\ &= \frac{119}{24} // \end{aligned}$$