0002142727587999

昭和大学

2015年 歯学部・薬学部・保健医療 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ $\triangle$ABCにおいて，AB $= x$，BC $= 4$，CA $= 6 - x$とする．ただし，$1 < x < 5$である．

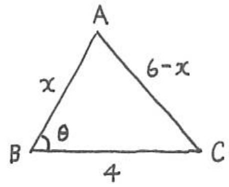
(1) $\angle$ABC $= 60°$のとき，xの値を求めよ．

(2) $\angle$ABC $= 60°$のとき，$\triangle$ABCの外接円の半径を求めよ．

(3) $\angle$ABC $= \theta$とするとき，$\cos\theta$の値をxで表せ．

(4) $\angle$ABC $= \theta$とするとき，$\sin\theta$の値をxで表せ．

(5) $\triangle$ABCの面積の最大値とそのときのxの値を求めよ．



(1) 余弦定理より．

$(6-x)^2 = x^2 + 4^2 - 2\cdot x\cdot 4\cdot\cos 60°$　　$\therefore\ x = \dfrac{5}{2}$ //　これは $1 < x < 5$ をみたす．

(2) 正弦定理より．

$\dfrac{6-x}{\sin 60°} = 2R$　　$\therefore\ R = \dfrac{6-\frac{5}{2}}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{7\sqrt{3}}{6}$ //

(3) 余弦定理より．

$(6-x)^2 = x^2 + 4^2 - 2x\cdot 4\cdot\cos\theta$　　$\therefore\ \cos\theta = \dfrac{3x-5}{2x}$ //

(4) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ に (3) の結果を代入して．

$\sin^2\theta = 1 - \dfrac{9x^2-30x+25}{4x^2}$　　$\therefore\ \sin^2\theta = \dfrac{-5x^2+30x-25}{4x^2}$

$\sin\theta > 0$ より．　$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{-5(x^2-6x+5)}}{2x}$ //

(5) $S = \dfrac{1}{2}\cdot x\cdot 4\cdot\sin\theta$

$= \sqrt{-5(x^2-6x+5)}$

$= \sqrt{-5\{(x-3)^2-4\}}$

$= \sqrt{-5(x-3)^2+20}$

$1 < x < 5$ より．最大値は $2\sqrt{5}$，そのとき $x = 3$ //