

2016年教育学部（その他）第3問

3  $k$  を実数として2つの放物線

$$C_1: y = x^2, \quad C_2: y = -x^2 + 4x + k$$

を考える. 点  $P(a, a^2)$  における  $C_1$  の接線を  $l$  とする.  $C_2$  は  $l$  に点  $Q$  で接するとして, 点  $Q$  の  $x$  座標を  $b$  とする. 不等式  $a > b > 0$  が成り立つとする.  $C_1$  と  $l$  および  $x$  軸で囲まれた図形の面積を  $S(a)$  とし,  $C_2$  と  $l$  および  $y$  軸で囲まれた図形の面積を  $T(a)$  とする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $l$  の方程式を  $a$  を用いて表せ.
- (2)  $k, b$  をそれぞれ  $a$  を用いて表せ.
- (3)  $S(a), T(a)$  をそれぞれ  $a$  を用いて表せ.
- (4)  $a$  が条件  $a > b > 0$  を満たすように動くとき,  $S(a) + T(a)$  の最小値とそのときの  $a$  の値を求めよ.