

2016年 医学部 第13問



13 原点 $O(0, 0)$, 点 $A(6, 8)$, 点 $B(21, 0)$ を頂点とする $\triangle OAB$ について考える. $\triangle OAB$ の内接円の中心の座標を (p, q) とする. $\left| \frac{2p}{q} \right|$ の値を求めよ.

$$\text{直線 } OA: 4x - 3y = 0$$

\therefore 点と直線のキヨリ公式より, 内接円の半径 r は,

$$r = \frac{|4p - 3q|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{|4p - 3q|}{5}$$

右図より, 内接円の中心は, 明らかに $4x - 3y \geq 0$ の

範囲にあるので, $r = \frac{4p - 3q}{5}$

一方, 円は直線 OB (x 軸) に接しているので, $r = q$

$$\therefore \frac{4p - 3q}{5} = q$$

$$\therefore 8q = 4p$$

$$\therefore 4q = 2p$$

$$\therefore \frac{2p}{q} = 4$$

$$\therefore \left| \frac{2p}{q} \right| = 4$$

