

2015年 医学部 第3問


 数理  
石井K

3 座標空間における3点  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 0)$ ,  $C(0, 0, 2)$  に対して, 点  $P(x, y, z)$  が条件

$$AP = BP = CP$$

をみたしながら動くとする. このとき,  $AP^2$  のとり得る最小値を  $m$  とすれば

$$m = \frac{\boxed{\text{アイ}} \quad 25}{\boxed{\text{ウエ}} \quad 18}$$

である.

$$AP^2 = BP^2 \text{ より } (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y-1)^2 + z^2$$

$$\therefore x = y \cdots \textcircled{1}$$

$$AP^2 = CP^2 \text{ より } (x-1)^2 + y^2 + z^2 = x^2 + y^2 + (z-2)^2$$

$$\therefore z = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \cdots \textcircled{2}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より } AP^2 &= (x-1)^2 + x^2 + \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right)^2 \\ &= \frac{9}{4}x^2 - \frac{5}{4}x + \frac{25}{16} \\ &= \frac{9}{4}\left(x^2 - \frac{5}{9}x\right) + \frac{25}{16} \\ &= \frac{9}{4}\left(x - \frac{5}{18}\right)^2 - \frac{9}{4} \cdot \frac{25}{18^2} + \frac{25}{16} \\ &= \frac{9}{4}\left(x - \frac{5}{18}\right)^2 + \frac{25}{18} \end{aligned}$$

$$\therefore m = \frac{25}{18}$$