



2015年 理学部 第1問

1  $c$  は正の整数とする. 数列  $a_1, a_2, a_3, \dots$  は  $a_1 = 1, a_2 = c$  であり, さらに漸化式

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して,  $a_n$  は正の整数であり, かつ,  $a_n$  と  $a_{n+1}$  の最大公約数は1であることを示せ.
- (2)  $(-1)^n(a_{n+1}^2 - a_{n+2}a_n)$  は  $n$  によらず一定の値であることを示せ.
- (3)  $c \geq 2$  とし,  $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$  とおくと

$$\begin{cases} b_{n+1} > b_n & (n \text{ が偶数のとき}) \\ b_{n+1} < b_n & (n \text{ が奇数のとき}) \end{cases}$$

が成り立つことを示せ.