

2015年薬学部第3問

3 次の問いに答えなさい。

- (1) 「自然数 m を 4 で割ったときの余りが r であるならば, $m(m+1)$ を 4 で割ったときの余りは $r(3-r)$ と等しい」ことを $r = 0, 1, 2, 3$ のそれぞれの場合について で示しなさい。ただし, 自然数 m が整数 q, r を用いて

$$m = 4q + r \quad (0 \leq r < 4)$$

と表されるとき, r を, m を 4 で割ったときの余りという。

- (2) n を自然数とする。数列 $\{a_n\}$ は, 初項 a_1 が 2, 公差が 2 の等差数列であり, 数列 $\{b_n\}$ は次の条件

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} - b_n = \frac{a_{n+1}}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められている。

- (i) 一般項 a_n, b_n は, n を用いて表すとそれぞれ $a_n = \text{I}$, $b_n = \text{J}$ である。

- (ii) 2つの集合 A, B を

$$A = \{a_n \mid n \text{ は } 39 \text{ 以下の自然数}\}, \quad B = \{b_n \mid n \text{ は } 12 \text{ 以下の自然数}\}$$

とする。このとき, A と B の共通部分 $A \cap B$ の要素の個数を s とすると, $s = \text{K}$ である。

- (iii) t を自然数の定数とする。2つの集合 C, D を

$$C = \{a_n \mid n \text{ は } 100 \text{ 以下の自然数}\}, \quad D = \{b_n \mid n \text{ は } t \text{ 以下の自然数}\}$$

とする。このとき, C と D の和集合 $C \cup D$ の要素の個数が 111 であるならば, t の値は $t = \text{L}$ である。