

2016年 生命環境（生命分子化学）第3問

3  $a$  を 0 でない実数とする.  $xy$  平面上に 3 つの曲線  $C_1 : y = x^2 + a^4$ ,  $C_2 : y = x^2$ ,  $C_3 : y = -x^2 + 2a^2x - 2a^4 + 4a$  がある. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $C_1$  に 1 本の接線を引き,  $C_2$  との交点を  $P, Q$  とする. 点  $P$  における  $C_2$  の接線と, 点  $Q$  における  $C_2$  の接線との交点を  $R$  とする. 点  $R$  の軌跡  $C_4$  の方程式を求めよ.
- (2)  $C_3$  と  $C_4$  が 2 つの交点をもつとき,  $a$  の値の範囲を求めよ.
- (3) (2) の条件を満たすとき,  $C_3$  と  $C_4$  で囲まれた部分の面積を  $a$  の関数と考えて  $S(a)$  とする.  $S(a)$  の最大値と, そのときの  $a$  の値を求めよ.