0002165274387999

近畿大学

2015年 医学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ aは0でない定数とする．2つの円$C_1: x^2+y^2+4x-6y+9=0$，$C_2: x^2+y^2-4ax+2y+1=0$は異なる2点P，Qで交わっている．

(1) aの値に関係なく，C_2が通る定点の座標は $\boxed{ア}$ である．　(0, −1)

(2) aの値の範囲は $\boxed{イ}$ である．　$a<-1$

(3) 2点P，Qを通る直線の傾きが-3となるとき，$a=$ $\boxed{ウ}$ である．　-7

(4) C_1の中心をAとおく．△APQが正三角形となるとき，$a=$ $\boxed{エ}$ である．　$-9\pm2\sqrt{15}$

(1) $x^2+y^2+2y+1=0$　かつ　$-4x=0$

$\therefore (y+1)^2=0$　かつ　$x=0$

$\therefore x=0,\ y=-1$　　$\therefore \underline{(0,-1)}$ //

(2) $C_1: (x+2)^2+(y-3)^2=4$　　∴中心$(-2,3)$，半径2

$C_2: (x-2a)^2+(y+1)^2=(2a)^2$　　∴中心$(2a,-1)$，半径$2|a|$

∴異なる2点で交わるとき，

$$2+2|a|>\sqrt{(2a+2)^2+(-1-3)^2}>|2-2|a||$$

$\therefore a^2+2|a|+1>a^2+2a+5$　かつ　$a^2+2a+5>a^2-2|a|+1$

∴(i) $a>0$のとき，不適

(ii) $a<0$のとき，$a<-1$　かつ　$5>1$

(i)，(ii)より，$\underline{a<-1}$ //

(3) P，Qを通る円または直線は，

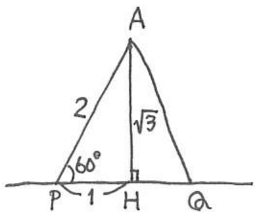
$$x^2+y^2+4x-6y+9+k(x^2+y^2-4ax+2y+1)=0$$

と表される．これが直線になるのは$k=-1$のときであり，そのとき，$y=\dfrac{a+1}{2}x+1$

傾きが-3となるとき，$\underline{a=-7}$ //

(4) 直線PQは(3)より，$(a+1)x-2y+2=0$

∴AからPQに垂線を引き，PQとの交点をHとすると，$AH=\sqrt{3}$



一方，点と直線のキョリ公式より $AH=\dfrac{|-2a-2-6+2|}{\sqrt{(a+1)^2+4}}=\dfrac{|2a+6|}{\sqrt{a^2+2a+5}}$

$\therefore \dfrac{|2a+6|}{\sqrt{a^2+2a+5}}=\sqrt{3}$　これと$a<-1$より　$\underline{a=-9\pm2\sqrt{15}}$ //