

2015年 商学部 第3問

3 M社はブドウを栽培し、それを原料にしたワインを醸造して世界中に販売している、としよう。一般には、企業の業績には、社内のさまざまな活動だけでなく、社外の要因も大きくかかわっている。しかしながら、ここでは、問題が複雑にならないように、一部の活動に限定して、M社の醸造計画を考えてみよう。

栽培および醸造において、量と質には、醸造量が増えれば増えるほどワインの品質が低下する、という関係があると仮定する。この関係は、

$$q = a - bx$$

という単純な式で表されるとする。ここで、 $x$ はワインの醸造量（リットル）、 $q$ はワインの品質の高さを表すM社が独自に定めた指標とし、 $a$ と $b$ は正の実数とする。また、変数 $x$ のとり得る値の範囲は、 $x$ と $q$ がともに正の値となる範囲とする。

醸造されるワインはすべて同一の品質で、同一の価格で販売されるものとし、その価格を $p$ （円／リットル）で表す。市場において、品質の高いワインは希少性が増すため、その価格は非常に高いものになる。この関係は、

$$p = cq^2$$

で表されると仮定する。ただし、 $c$ は正の実数とする。また、醸造されたワインは、上記で定まる価格で、すべて残らずに販売されてしまうものとする。

M社は、以上の諸条件を前提にして、その年の栽培および醸造を行う。すなわち、醸造量を $x$ と決め、それに応じて適切な栽培および醸造を行うことにより、品質の指標が $q$ となるワインを作り、その全量（すなわち $x$ ）を品質の指標 $q$ に応じた価格 $p$ で販売し、売上高 $y = px$ （円）を得る。

(1) 売上高は、

$$x = \frac{\boxed{69}}{\boxed{70}} \cdot \frac{a}{b} \text{ (リットル)}$$

のとき、最大値

$$\frac{\boxed{71}}{\boxed{72} \mid \boxed{73}} \cdot \frac{ca \boxed{74}}{b} \text{ (円)}$$

をとる。

(2) 次に、ワインを醸造するに際し、技術上の制約や販売上の都合などの理由で、醸造量の下限が設けられているとしよう。この下限を正の実数 $m$ （リットル）で表す。 $x$ の取り得る値の範囲には、 $x$ が $m$ 以上という条件が追加されることになる。このときの売上高の最大値を $\bar{y}$ で表し、それを与える醸造量を $\bar{x}$ で表す。 $\bar{x}$ は $m$ の関数であるので、これを $\bar{x} = f(m)$ で表す。関数 $f(m)$ の定義域を $0 < m < \frac{a}{b}$ として、この関数のグラフを描きなさい。



同様に、 $\bar{y}$  も  $m$  の関数であるので、これを  $\bar{y} = g(m)$  で表す。関数  $g(m)$  の定義域を  $0 < m < \frac{a}{b}$  として、この関数のグラフを描きなさい。