

2014年看護医療学部第4問

4 座標空間の原点を  $O$  とし、座標空間内に4点  $A(1, 3, 3)$ ,  $B(1, 1, 2)$ ,  $C(2, 3, 2)$ ,  $P(t, t, t)$  をとる。ただし  $t$  は実数である。以下の問いに答えなさい。

- (1)  $t \neq 0$  とするとき、 $\vec{AP}$  と  $\vec{OP}$  が直交するような  $t$  の値を求めなさい。  
 (2)  $AP^2 + BP^2 + CP^2$  が最小となるような  $t$  の値を求めなさい。  
 (3) 4点  $A, B, C, P$  が1つの平面に含まれるような  $t$  の値を求めなさい。

$$(1) \vec{AP} = (t-1, t-3, t-3), \quad \vec{OP} = (t, t, t)$$

$$\vec{AP} \perp \vec{OP} \iff \vec{AP} \cdot \vec{OP} = 0$$

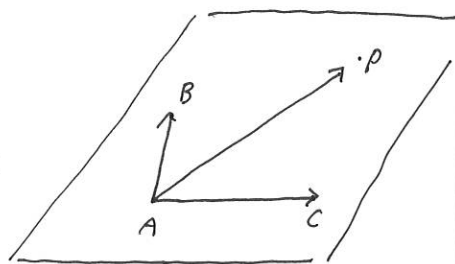
$$\therefore \vec{AP} \cdot \vec{OP} = t^2 - t + t^2 - 3t + t^2 - 3t = 3t^2 - 7t$$

$$\therefore 3t^2 - 7t = 0 \quad \therefore t(3t-7) = 0 \quad t \neq 0 \text{ より } \underline{t = \frac{7}{3}} //$$

$$\begin{aligned} (2) AP^2 + BP^2 + CP^2 &= (t-1)^2 + (t-3)^2 + (t-3)^2 + (t-1)^2 + (t-1)^2 + (t-2)^2 \\ &\quad + (t-2)^2 + (t-3)^2 + (t-2)^2 \\ &= 3 \{ (t-1)^2 + (t-2)^2 + (t-3)^2 \} \\ &= 3(3t^2 - 12t + 14) \\ &= 9(t-2)^2 + 6 \end{aligned}$$

$\therefore t = 2$  のとき、最小値  $6$  をとる

(3)  $\vec{AP} = m\vec{AB} + n\vec{AC}$  とする実数  $m, n$  が存在すればよい



$$\therefore (t-1, t-3, t-3) = m(0, -2, -1) + n(1, 0, -1)$$

$$\therefore \begin{cases} t-1 = n \\ t-3 = -2m \\ t-3 = -m-n \end{cases} \iff \begin{cases} t-1 = n \\ t-3 = -2m \\ t-3 = \frac{1}{2}(t-3) - (t-1) \end{cases} \iff \begin{cases} t = \frac{5}{3} \\ n = \frac{2}{3} \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\therefore \underline{t = \frac{5}{3}} //$$