

2011年文系第3問



3 x の2次関数 $f(x) = x^2 - 2tx + \frac{t^2}{2} - 1$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) $x \leq 1$ のとき、 $f(x)$ の最小値を $g(t)$ とする。 $g(t)$ を t の式で表せ。
 (2) $s = g(t)$ のグラフを座標平面上にえがけ。
 (3) $s = g(t)$ のグラフと t 軸および s 軸によって囲まれた部分の面積を求めよ。

(1) $f(x) = (x-t)^2 - \frac{t^2}{2} - 1$

(i) $t \leq 1$ のとき。

右のグラフより、 $g(t) = -\frac{t^2}{2} - 1$

(ii) $t > 1$ のとき。

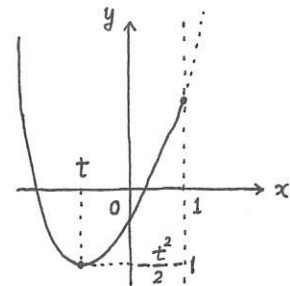
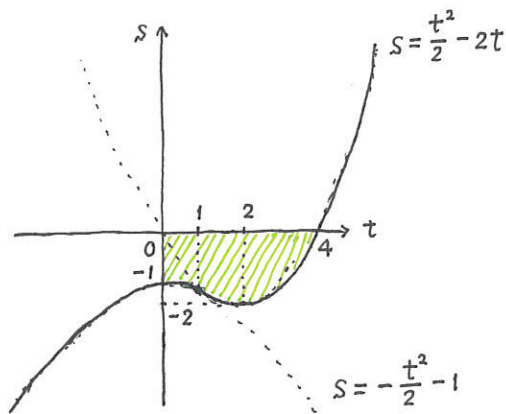
右のグラフより、 $g(t) = \frac{t^2}{2} - 2t$

(i), (ii) より、

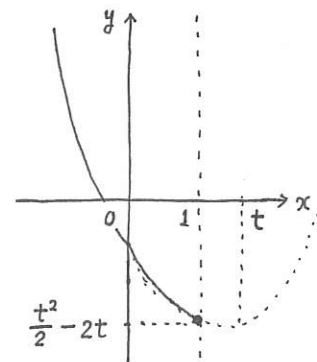
$$g(t) = \begin{cases} -\frac{t^2}{2} - 1 & (t \leq 1 \text{ のとき}) \\ \frac{t^2}{2} - 2t & (t > 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

〃

(2) (1) より $s = g(t)$ のグラフは下のようになる。



(i) $t \leq 1$ のとき。



(ii) $t > 1$ のとき。

$$\begin{aligned}
 (3) \quad S &= \int_0^1 -\left(-\frac{t^2}{2} - 1\right) dt + \int_1^4 -\left(\frac{t^2}{2} - 2t\right) dt \\
 &= \left[\frac{t^3}{6} + t\right]_0^1 + \left[-\frac{t^3}{6} + t^2\right]_1^4 \\
 &= \frac{7}{6} + \left(-\frac{64}{6} + 16\right) - \left(-\frac{1}{6} + 1\right) \\
 &= \frac{17}{3} \text{ 〃}
 \end{aligned}$$