

2011年文系第2問



2 3次関数 $f(x) = x^3 - 20x + 16$ について、以下の問いに答えよ。

- (1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
 (2) $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線の方程式を求めよ。
 (3) (2) で求めた接線のうち、原点を通るものを求めよ。
 (4) $y = f(x)$ の接線で、(3) で求めた接線と傾きの等しいものが、もう1つある。その接線の方程式を求めよ。

$$(1) \underline{f'(x) = 3x^2 - 20} "$$

$$(2) (1) \text{より } y = (3a^2 - 20)(x - a) + a^3 - 20a + 16$$

$$\therefore \underline{y = (3a^2 - 20)x - 2a^3 + 16} "$$

(3) 原点を通るよとから (2) の式に $x = y = 0$ を代入して。

$$0 = -2a^3 + 16$$

$$\therefore a^3 - 8 = 0 \iff (a - 2)(\underline{a^2 + 2a + 4}) = 0$$

$$= (a + 1)^2 + 3 > 0$$

$\therefore a = 2$ のとき

$$\underline{y = -8x} "$$

(4) $f'(x) = -8$ を解く。 $3x^2 - 20 = -8$ より $x = \pm 2$

\therefore もう1つの接線の接点、は $a = -2$ (2) の式に代入して。

$$\therefore \underline{y = -8x + 32} "$$