



2012年人文社会科学第3問

3 単位時間あたり一定量の水の出るポンプを使ってプールに水を入れることを考える。以下の問いに答えよ。

- (1) プールに水をいっぱい入れるのに、ポンプⅠを使うと2時間、ポンプⅡを使うと3時間かかるとする。ⅠとⅡを同時に使うと何時間かかるか。
- (2) プールに水をいっぱい入れるのに、ポンプAを使うと $a$ 時間、ポンプBを使うと $b$ 時間かかるとする。AとBを同時に使うと何時間かかるか。
- (3) プールに水をいっぱい入れるのに、ポンプ $C_1$ 、ポンプ $C_2$ いずれを使っても $c$ 時間かかるとする。 $C_1$ と $C_2$ を同時に使うと、(2)で求めた時間と同じ時間がかかったという。 $c$ を $a$ と $b$ を用いて表せ。
- (4)  $c$ を(3)で求めた $a$ 、 $b$ の式とすると、不等式 $\frac{a+b}{2} \geq c$ が成り立つことを証明せよ。また、等号が成り立つのは $a = b$ の場合に限ることを示せ。