

2015年薬学部第6問



6 $c_y \geq 0, c_z \geq 0$ として、空間に点 $A(2, 0, 0)$, $B(0, 0, 2\sqrt{3})$, $C(0, c_y, c_z)$, $D(-2, d_y, d_z)$ を頂点とする正四面体がある。次の問に答えよ。

(1) この正四面体 $ABCD$ の一辺の長さは $\boxed{4}$ であり, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \boxed{8}$ である。

(2) 点 C の座標において

$$c_y = \frac{\boxed{53} \sqrt{\boxed{54}}}{\boxed{55} \cdot \boxed{3}}, \quad c_z = \frac{\boxed{56} \sqrt{\boxed{57}}}{\boxed{58} \cdot \boxed{3}},$$

点 D の座標において $d_y = \boxed{0}$, $d_z = \boxed{0}$ である。

(1) 1辺の長さは, $AB = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-2\sqrt{3})^2} = \underline{4}$ //

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cdot \cos 60^\circ = 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = \underline{8}$$
 //

(2) 一方, $\vec{AB} = (-2, 0, 2\sqrt{3})$, $\vec{AC} = (-2, c_y, c_z)$ より

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4 + 2\sqrt{3} c_z = 8 \quad \therefore c_z = \underline{\frac{2\sqrt{3}}{3}}$$
 //

$$|\vec{AC}|^2 = 4 + c_y^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 16$$

$$\therefore c_y^2 = \frac{32}{3} \quad (c_y \geq 0 \text{ より}) \quad c_y = \underline{\frac{4\sqrt{6}}{3}}$$
 //

$$\vec{AD} = (-4, d_y, d_z) \text{ より}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 8 + 2\sqrt{3} d_z = 8 \quad \therefore d_z = \underline{0}$$
 //

$$|\vec{AD}|^2 = 16 + d_y^2 + 0^2 = 16 \quad \therefore d_y = \underline{0}$$
 //