熊本大学

2016年 文系 第3問

3 自然数 a に対して

$$S(a)=\sum_{k=1}^{a}\frac{1}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}$$

とおく．以下の問いに答えよ．

(1) 和 $S(a)$ を求めよ．

(2) $S(a)$ が整数となる自然数 a を小さい順に並べた数列を

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_n,\ \cdots$$

とする．一般項 a_n を求めよ．

(3) (2) の数列 $\{a_n\}$ について，a_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を 4 で割った余りは 0 か 3 であることを示せ．

(4) (2) の数列 $\{a_n\}$ と自然数 N に対して和 $\displaystyle\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{a_n}$ を求めよ．