



## 2010年理系第5問

5  $n$  を 0 以上の整数とする. 立方体  $ABCD-EFGH$  の頂点を, 以下のように移動する 2 つの動点  $P, Q$  を考える. 時刻 0 には  $P$  は頂点  $A$  に位置し,  $Q$  は頂点  $C$  に位置している. 時刻  $n$  において,  $P$  と  $Q$  が異なる頂点に位置していれば, 時刻  $n+1$  には,  $P$  は時刻  $n$  に位置していた頂点から, それに隣接する 3 頂点のいずれかに等しい確率で移り,  $Q$  も時刻  $n$  に位置していた頂点から, それに隣接する 3 頂点のいずれかに等しい確率で移る. 一方, 時刻  $n$  において,  $P$  と  $Q$  が同じ頂点に位置していれば, 時刻  $n+1$  には  $P$  も  $Q$  も時刻  $n$  の位置からは移動しない.

- (1) 時刻 1 において,  $P$  と  $Q$  が異なる頂点に位置するとき,  $P$  と  $Q$  はどの頂点にあるか. 可能な組み合わせをすべて挙げよ.
- (2) 時刻  $n$  において,  $P$  と  $Q$  が異なる頂点に位置する確率  $r_n$  を求めよ.
- (3) 時刻  $n$  において,  $P$  と  $Q$  がともに上面  $ABCD$  の異なる頂点に位置するか, またはともに下面  $EFGH$  の異なる頂点に位置するかのいずれかである確率を  $p_n$  とする. また, 時刻  $n$  において,  $P$  と  $Q$  のいずれか一方が上面  $ABCD$ , 他方が下面  $EFGH$  にある確率を  $q_n$  とする.  $p_{n+1}$  を,  $p_n$  と  $q_n$  を用いて表せ.
- (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q_n}{p_n}$  を求めよ.

