2016年 経済学部 第1問

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ.

(1) nを自然数とするとき，和

$$\sum_{k=2n}^{3n}(3k^2+5k-1)$$

をnの整式として表せ．ただし，答えはnについて降べきの順に整理すること.

(2) 12^{40}は何桁の数であるか答えよ．ただし，整数は10進法で表すものとし，$\log_{10}2=0.301$，$\log_{10}3=0.477$とする.

(1) (与式) $= \displaystyle\sum_{k=1}^{3n}(3k^2+5k-1) - \sum_{k=1}^{2n-1}(3k^2+5k-1)$

$= 3\cdot\frac{1}{6}\cdot 3n(3n+1)(6n+1)+5\cdot\frac{1}{2}\cdot 3n(3n+1)-3n-3\cdot\frac{1}{6}(2n-1)(2n)(4n-1)-5\cdot\frac{1}{2}\cdot(2n-1)\cdot 2n$
$\quad +2n-1$

$= \frac{3}{2}n(18n^2+9n+1)+\frac{15}{2}n(3n+1)-3n-n(8n^2-6n+1)-5n(2n-1)+2n-1$

$= 27n^3+\frac{27}{2}n^2+\frac{3}{2}n+\frac{45}{2}n^2+\frac{15}{2}n-3n-8n^3+6n^2-n-10n^2+5n+2n-1$

$= \underline{19n^3+32n^2+12n-1}$ //

(2) 12^{40}がn桁 $\iff 10^{n-1}\leqq 12^{40}<10^n$

$\iff n-1\leqq 40\log_{10}12<n$

$\iff n-1\leqq 40(2\log_{10}2+\log_{10}3)<n$

$\iff n-1\leqq 40(0.602+0.477)<n$

$\iff n-1\leqq 43.16<n$

$\therefore n=44$ 　　よって，$\underline{44桁}$ //