

2015年 理学部 第2問

 数理
石井K

2 等式

$$\left(\frac{x^2}{3}\right)^{\log_3 x} = (9x^5)^{\log_x 3}$$

を満たす実数 x をすべて求めよ.

両辺、底が3の対数をとって.

$$\log_3 x \cdot \log_3 \frac{x^2}{3} = \log_x 3 \cdot \log_3 9x^5$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x \cdot (2 \log_3 x - 1) = \frac{1}{\log_3 x} \cdot (2 + 5 \log_3 x)$$

 $\therefore t = \log_3 x$ とおくと.

$$t^2(2t-1) = 2+5t$$

$$\therefore 2t^3 - t^2 - 5t - 2 = 0$$

$$\therefore (t+1)(t-2)(2t+1) = 0$$

$$\therefore t = -1, 2, -\frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}, 9$$