大同大学

2014年 工・情報学部 第5問

数理 石井K

$\boxed{5}$ $y = x + \sqrt{x^2+5}$ のとき，x を y で表した式を $x = f(y)$ とする．

(1) $f(y)$ を求めよ．

(2) 定積分 $\int_{\sqrt{5}}^{5} f(y)\,dy$ の値を求めよ．

(3) 曲線 $y = x + \sqrt{x^2+5}$，x 軸，y 軸および直線 $x = 2$ で囲まれる部分の面積を求めよ．

(1) $y - x = \sqrt{x^2+5}$ 両辺を2乗して． $y^2 - 2xy + x^2 = x^2 + 5$

$\therefore\ y^2 - 2xy = 5 \qquad 2xy = y^2 - 5$

ここで，$y>0$ であるから両辺を $2y$ でわって． $x = \underline{\dfrac{y^2-5}{2y}}\ (y>0)$ //

f(y)

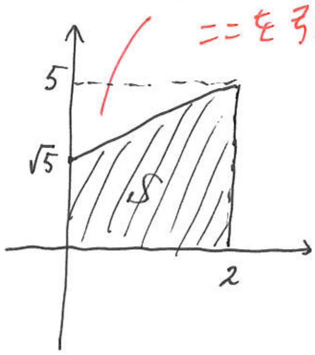
(2) $\displaystyle\int_{\sqrt{5}}^{5} \frac{y^2-5}{2y}\,dy = \int_{\sqrt{5}}^{5} \frac{2y\cdot\frac{y}{2}-5}{2y}\,dy$

$\displaystyle = \int_{\sqrt{5}}^{5} \frac{y}{2} - \frac{5}{2y}\,dy$

$\displaystyle = \left[\frac{1}{4}y^2 - \frac{5}{2}\log|y|\right]_{\sqrt{5}}^{5}$

$= \underline{5 - \frac{5}{4}\log 5}$ //

長方形から
ここを引いた



(3) y は $x \geqq 0$ で単調増加

$\displaystyle\therefore\ S = 2\times 5 - \int_{\sqrt{5}}^{5} f(y)\,dy$

$= 10 - \left(5 - \frac{5}{4}\log 5\right)$

$= \underline{5 + \frac{5}{4}\log 5}$ //