



2014年理系第4問

4 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を,

$$\begin{cases} a_1 = 1, & a_{n+1} = \sqrt{2b_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \\ b_1 = 3, & b_{n+1} = \sqrt{2a_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

と定めるとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\alpha = 1 + \sqrt{2}$  とする。自然数  $n$  に対して、不等式  $|a_{n+1} - \alpha| \leq \left(\frac{2}{1+\alpha}\right) |b_n - \alpha|$  が成り立つことを示せ。
- (2) 極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  を求めよ。