



2014年医(医)・歯・薬第3問

3 n 枚のカードに1から n までの自然数がひとつずつ書かれている. 異なるカードには異なる数が書かれている. これら n 枚のカードを横一列に並べて, 左端から i 番目 ($1 \leq i \leq n$) のカードに書かれた数を a_i とする.

- (1) $n = 5$ のとき, $a_1 < a_2 < a_3$ かつ $a_3 > a_4 > a_5$ を満たすカードの並べ方の総数を求めよ.
- (2) $n \geq 3$ とする. 次の条件 (i), (ii) を満たすカードの並べ方の総数を n の式で表せ. ただし, (ii) では, $k = 2$ のとき $a_1 < a_2 < \dots < a_k$ は $a_1 < a_2$ を表し, $k = n - 1$ のとき $a_k > a_{k+1} > \dots > a_n$ は $a_{n-1} > a_n$ を表す.

(i) $1 < k < n$

(ii) $a_1 < a_2 < \dots < a_k$ かつ $a_k > a_{k+1} > \dots > a_n$

- (3) $n \geq 4$ とする. 次の条件 (i), (ii), (iii) を満たすカードの並べ方の総数を n の式で表せ. ただし, (iii) のそれぞれの不等式は (2) と同様に, $p = 2$ のとき $a_1 > a_2$ を表し, $q = p + 1$ のとき $a_p < a_{p+1}$ を表し, $q = n - 1$ のとき $a_{n-1} > a_n$ を表す.

(i) $1 < p < q < n$

(ii) $a_1 = n$ かつ $a_p = 1$

(iii) $a_1 > a_2 > \dots > a_p$ かつ $a_p < a_{p+1} < \dots < a_q$ かつ $a_q > a_{q+1} > \dots > a_n$