0000056093499999

静岡大学

2011年 理（物・化）・工・情報 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 数列 $\{a_n\}$ を $a_1=2,\ a_{n+1}=a_n 2^{6n^2}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で定める．次の問いに答えよ．

(1) $b_n=\log_2 a_n$ とし，$\{b_n\}$ の一般項を求めよ．

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

(3) a_{10} の桁数を求めよ．ただし $\log_{10}2=0.3010$ とする．

(1) $a_{n+1}=a_n 2^{6n^2}$ の両辺を対数（底は2）をとると．

$$\log_2 a_{n+1}=\log_2 a_n\cdot 2^{6n^2}$$

$$\therefore \log_2 a_{n+1}=\log_2 a_n+\log_2 2^{6n^2}$$

$$\therefore b_{n+1}=b_n+6n^2$$

$\therefore b_{n+1}-b_n$ を C_n とおくと，$C_n=6n^2$

$\therefore$ 階差数列の公式より，$b_n=b_1+\sum_{k=1}^{n-1}C_k\quad(n\geqq 2)$

$b_1=\log_2 a_1=\log_2 2=1$ より．

$n\geqq 2$ において．$b_n=1+\sum_{k=1}^{n-1}6k^2$

$$=1+6\cdot\frac{1}{6}(n-1)\cdot n\cdot(2n-1)$$

$$=\underline{2n^3-3n^2+n+1}\ //$$

これは $n=1$ のときも成り立っている．

(2) (1)より．$\log_2 a_n=2n^3-3n^2+n+1$

$$\therefore \underline{a_n=2^{2n^3-3n^2+n+1}}\ //$$

(3) (2)より．$a_{10}=2^{2000-300+10+1}=2^{1711}$

a_{10} が N 桁とすると．$10^{N-1}\leqq a_{10}<10^N$ であるから．$10^{N-1}\leqq 2^{1711}<10^N$

対数をとって．$N-1\leqq 1711\log_{10}2<N$

ここで，$1711\log_{10}2=1711\times 0.3010=515.011$ より．

$N=516\qquad\therefore$ $\underline{516桁}$ //