

2015年 情報科学・知的財産 第3問

3 数列  $\{a_n\}$  を  $a_1 = \frac{1}{2}$ ,  $a_{n+1} = \frac{ka_n}{1+3a_n}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) で定める. ただし,  $k$  は正の定数とする. このとき, 次の空所を埋めよ.

(1)  $k = 1$  のとき,  $b_n = \frac{1}{a_n}$  とおくと, 数列  $\{b_n\}$  は初項 , 公差  の等差数列となり, 数列  $\{a_n\}$  の一般項は,  $a_n = \frac{1}{\text{ウ}}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) である.

(2)  $k \neq 1$  のとき,  $c_n = \frac{1}{a_n} - \frac{3}{k-1}$  とおくと, 数列  $\{c_n\}$  は初項 , 公比  の等比数列となり, 数列  $\{a_n\}$  の一般項は,  $a_n = \frac{k-1}{3 + \text{カ}}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) である.

特に,  $k = \text{キ}$  のとき, すべての自然数  $n$  について  $a_n$  は一定の値である.