

2011年文系第4問

4 N, a, b は正の整数とする. 箱の中に赤玉が a 個, 白玉が b 個入っている. 箱から無作為に 1 個の玉を取り出し, 色を記録して箱に戻す. この操作を繰り返し, 同じ色の玉が 2 回続けて出るか, または取り出す回数が $2N + 2$ になったら終了する. n 回取り出して終わる確率を $P(n)$ とし, $p = \frac{a}{a+b}$, $q = \frac{b}{a+b}$, $r = pq$ とおく. 次の問いに答えよ.

(1) $P(2j), P(2j+1)$ ($j = 1, 2, \dots, N$) および $P(2N+2)$ を r を用いて表せ.

(2) 偶数回取り出して終わる確率 $Q = \sum_{j=1}^{N+1} P(2j)$ について, $Q > \frac{1-2r}{1-r}$ となることを示せ.