0002038541697999

早稲田大学

2015年 人間科学学部（理系） 第4問　　1枚目／2枚

$\boxed{4}$ 放物線 $y=-x^2+2x+2$ と x 軸によって囲まれた部分を D とする．

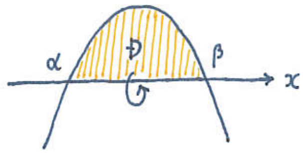
(1) D を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}\pi$ である．（ス：48，セ：3，ソ：5）

(2) D を y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{タ}+\boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}}\pi$ である．（タ：22，チ：12，ツ：3，テ：3）

(1) $-x^2+2x+2=0$ の解は

$x=1\pm\sqrt{3}$ でこれらを $\alpha,\beta\ (\alpha<\beta)$ とおく

∴ 右の図より



$$V_x=\pi\int_\alpha^\beta y^2\,dx$$

$$=\pi\int_\alpha^\beta (x-\alpha)^2(x-\beta)^2\,dx$$

$$=\pi\int_\alpha^\beta \{(x-\beta)+(\beta-\alpha)\}^2(x-\beta)^2\,dx$$

$$=\pi\int_\alpha^\beta (x-\beta)^4+2(\beta-\alpha)(x-\beta)^3+(\beta-\alpha)^2(x-\beta)^2\,dx$$

$$=\pi\left[\frac{(x-\beta)^5}{5}+2(\beta-\alpha)\cdot\frac{(x-\beta)^4}{4}+(\beta-\alpha)^2\cdot\frac{(x-\beta)^3}{3}\right]_\alpha^\beta$$

$$=\pi\left(-\frac{(\alpha-\beta)^5}{5}-2(\beta-\alpha)\cdot\frac{(\alpha-\beta)^4}{4}-(\beta-\alpha)^2\cdot\frac{(\alpha-\beta)^3}{3}\right)$$

$$=\frac{\pi}{30}(\beta-\alpha)^5$$

ここで，$\beta-\alpha=1+\sqrt{3}-(1-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$ より．

$$V_x=\frac{48\sqrt{3}}{5}\pi$$ //

2枚目につづく

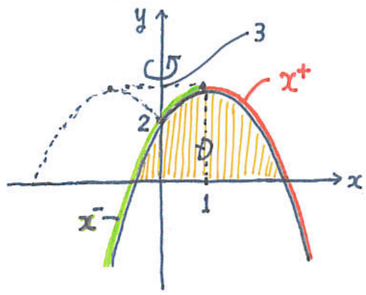
2015年 人間科学学部（理系）第4問　2枚目／2枚

数理 石井K

4　放物線 $y=-x^2+2x+2$ と x 軸によって囲まれた部分を D とする．

(1) D を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}\pi$ である．

(2) D を y 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{タ}+\boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツ}}}{\boxed{テ}}\pi$ である．



(2) $x^2-2x-2+y=0$ を x について解くと，

$$x=\frac{2\pm\sqrt{4-4(y-2)}}{2}=1\pm\sqrt{3-y}$$

$\therefore\ x^+=1+\sqrt{3-y}$ ，$x^-=1-\sqrt{3-y}$ とおくと．右図より

$$V_y=\pi\int_0^2(x^+)^2dy+\pi\int_2^3(x^+)^2-(x^-)^2dy$$

$$=\pi\int_0^2 1+2\sqrt{3-y}+3-y\,dy+\pi\int_2^3 2\cdot2\sqrt{3-y}\,dy$$

$$=\pi\left[4y-\frac{y^2}{2}-\frac{4}{3}(3-y)^{\frac{3}{2}}\right]_0^2+\pi\left[-\frac{8}{3}(3-y)^{\frac{3}{2}}\right]_2^3$$

$$=\pi\left(8-2-\frac{4}{3}+\frac{4}{3}\cdot3\sqrt{3}\right)+\pi\cdot\frac{8}{3}$$

$$=\frac{22+12\sqrt{3}}{3}\pi$$