



2016年 医学部 第5問

5  $P_0, Q_0$  を複素数平面上の異なる点とする. 自然数  $k$  に対して, 平面上の点  $P_k, Q_k$  を以下の条件 (i), (ii) を満たすものとして定める.

(i) 線分  $P_{k-1}Q_{k-1}$  を  $P_{k-1}$  を中心として角  $\theta$  だけ回転させた線分が  $P_{k-1}Q_k$  となる.

(ii) 線分  $P_{k-1}Q_k$  を  $Q_k$  を中心として角  $\theta'$  だけ回転させた線分が  $Q_kP_k$  となる.

以下の問いに答えよ.

(1)  $Q_{k+2} = Q_k$  となるための,  $\theta$  と  $\theta'$  に関する条件を求めよ.

(2)  $0 \leq \theta < 2\pi$ ,  $\theta = -\theta'$ ,  $|Q_0P_0| = 1$  とする.  $Q_0$  を中心とし, 半径が  $r$  の円を  $C$  とする.  $P_{n-1}$  は  $C$  の内部,  $Q_n$  は  $C$  の外部にあるという. このとき,  $r^2$  が取り得る値の範囲を  $n$  と  $\theta$  を用いて表せ.