

## 2012年家政学部第4問

4 A, Bの2人がじゃんけんを繰り返すゲームをする. A, Bのどちらかが2回多く勝った時点でゲームは終了とする. 1回のじゃんけんでAが勝つ確率, Bが勝つ確率, あいこの確率はいずれも $\frac{1}{3}$ である. 自然数 $n$ に対して, じゃんけんを $n$ 回行った時点でちょうどゲームが終了となる確率を $p_n$ とおく. また, じゃんけんを $n$ 回行った時点でA, Bのどちらかが1回多く勝っている確率を $q_n$ とおき, ともに同じ回数だけ勝っている確率を $r_n$ とおく. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $p_1, q_1$  および  $r_1$  の値を求めよ.
- (2)  $n \geq 2$  のとき,  $p_n$  を  $q_{n-1}$  を用いて表せ.
- (3)  $n \geq 2$  のとき,  $q_n, r_n$  のそれぞれを  $q_{n-1}$  と  $r_{n-1}$  を用いて表せ.
- (4)  $n \geq 2$  のとき  $q_n + kr_n = l(q_{n-1} + kr_{n-1})$  を満たす実数  $k, l$  の値を2組求めよ.
- (5) (4) で求めた  $k, l$  の値の2組を  $k_1, l_1$  と  $k_2, l_2$  とおく. ただし  $k_1 < k_2$  とする. 数列  $\{q_n + k_1 r_n\}$ , 数列  $\{q_n + k_2 r_n\}$ , 数列  $\{q_n\}$ , 数列  $\{r_n\}$  の一般項をそれぞれ  $l_1, l_2$  および  $n$  を用いて表せ.
- (6) 数列  $\{p_n\}$  の一般項を  $l_1, l_2$  および  $n$  を用いて表せ.