

2014年 経済 第2問

2 以下の各問に答えよ。

- (1) x の2次方程式 $x^2 + ax + a + 8 = 0$ が異なる2つの実数解をもち、共に1より大きくなるような a の範囲を求めよ。
- (2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、関数 $y = \sin^4 \theta - 2\sin^2 \theta + \cos^4 \theta$ の最大値と最小値、およびそのときの θ の値を求めよ。

(1) $f(x) = x^2 + ax + a + 8$ とおくと、

条件をみたすのは、

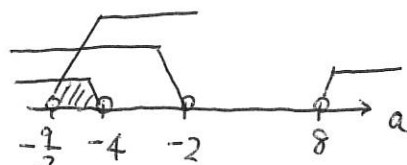
$$\text{判別式 } D > 0 \quad \text{かつ} \quad \text{軸} > 1 \quad \text{かつ} \quad f(1) > 0$$

$$\Leftrightarrow D = a^2 - 4(a+8) > 0 \quad \text{かつ} \quad -\frac{a}{2} > 1 \quad \text{かつ} \quad 1 + a + a + 8 > 0$$

$$\Leftrightarrow (a-8)(a+4) > 0 \quad \text{かつ} \quad a < -2 \quad \text{かつ} \quad a > -\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow (a > 8 \text{ または } a < -4) \quad \text{かつ} \quad a < -2 \quad \text{かつ} \quad a > -\frac{9}{2}$$

$$\therefore \underline{-\frac{9}{2} < a < -4}$$



$$\begin{aligned} (2) \sin^4 \theta + \cos^4 \theta &= (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)^2 - 2\sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ &= 1 - 2\sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) \end{aligned}$$

$$y = 1 - 2\sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) - 2\sin^2 \theta$$

$$= 2\sin^4 \theta - 4\sin^2 \theta + 1$$

$$x = \sin^2 \theta \text{ とおくと } (0 \leq x \leq 1)$$

$$y = 2x^2 - 4x + 1$$

$$= 2(x-1)^2 - 1$$

$$\therefore \begin{cases} \text{最大値 } 1 \quad (\theta = 0^\circ, 180^\circ \text{ のとき}) \\ \text{最小値 } -1 \quad (\theta = 90^\circ \text{ のとき}) \end{cases} //$$

$$\begin{aligned} x=0 &\Leftrightarrow \theta=0^\circ, 180^\circ \\ x=1 &\Leftrightarrow \theta=90^\circ \end{aligned}$$

